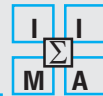


## TEMARIO

- A modo de editorial
- Programación Lineal con Excel
- Programas de Cálculo de Integrales definidas en calculadoras científicas pequeñas
- La nueva base de cálculo del P.B.I.
- La distribución de Pareto

Boletín Matemático  
Instituto de Investigaciones de Matemática Aplicada  
de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales



*Evaluación de un Proyecto de Inversión*

*Proyectos de Investigación presentados  
al I.I.M.A. para el Período 2000-2001*

*Una aproximación didáctica a la determinación  
del óptimo bajo monopolio puro*



Número  
**Junio**

Año 4



UNIVERSIDAD  
DE MORÓN

Registro de la propiedad intelectual ISSN 0329-0255

[REDACTED]

Autoridades de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

**Autoridades**

**Decano**  
Dr. Raúl Roque Di Lorenzo

**Vicedecano**  
Dr. Miguel G. Skubic  
**Secretario Académico**  
Dr. Jorge Emilio Salvé

**Prosecretario Académico**  
Dr. Alberto Lobato

**Representante de Profesores**  
Dr. Juan Carlos Lavignolle

**Director de Estudio**  
Dr. Juan Domingo Mazza

**Director de la carrera de Administración**  
Dr. Oscar Malfitano Cayuela

**Director de la carrera de Seguros**  
Dra. Amanda R. Listosella

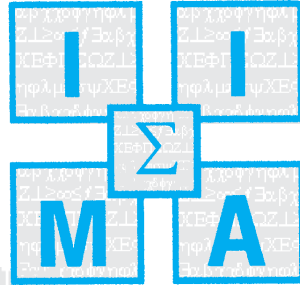
**Director de la carrera de Recursos Humanos**  
Lic. Hugo Pavón Castex

**Director de la carrera de Relaciones Públicas**  
Lic. Luis Leo

**Director de la carrera de Contador Público**  
Dr. José Merlo

**Director de la carrera de Comercialización**  
Lic. Miguel Skubic

**Director de la carrera de Economía**  
Lic. Enrique Ventum

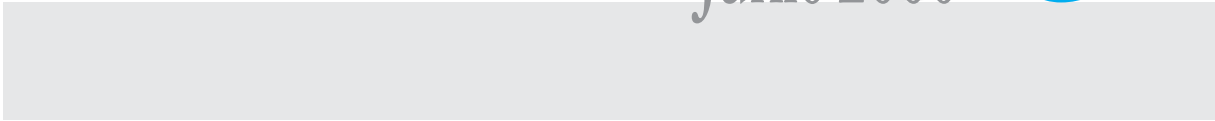


ΕΠΙΣΤΗΜΟΛΟΓΙΑ  
ΚΑΙ ΕΠΙΣΤΗΜΟΦΙΛΟΣΟΦΙΑ



Año 4 Número  
Junio 2000

6



# editorial

## **A modo de editorial**

### **Estadística de la investigación**

Hoy la comunidad preocupada de nuestro país entiende que la investigación científica en nuestras universidades debe tener un carácter prioritario.

Los últimos enfoques sobre el problema, que tratados por la prensa oral y escrita, aseguran que es necesario, para nuestra supervivencia en el contexto de las naciones, destinar a la investigación no menos del 1% de nuestro PBI hacia el año 2005.

Según publicaciones leídas al finalizar 1999, ciertas estadísticas sobre el particular de nuestra realidad no resultan gratas.

Con referencia al porcentaje del PBI invertido, en el año anterior a la publicación, Argentina lo hizo en un 0,38%, mientras España empleaba un 0,89% y EE.UU. un 2,32%.

También se rescatan como datos importantes, la relación del gasto en Ciencia y Tecnología de la Unión Europea y del Nafta con el Mercosur. En el primer caso el Mercosur es superado 16,7 veces y en el segundo caso 24,8 veces.

Otro dato a tener en cuenta nos dice que, por cada investigador que se desempeña en el Mercosur, en la Unión Europea lo hacen casi 8 y en el Nafta casi 11.

En Argentina contamos con aproximadamente 30.000 investigadores y si la intención es llegar al año 2005 invirtiendo el 1% de PBI, podríamos inferir que para esa fecha estaríamos contando con algo más de 100.000 investigadores.

Esta última cifra nos muestra un horizonte interesante, que quizás no esté tan alejado de la realidad que nos tocará vivir, y que, de concretarse, aumentará las herramientas del país para forjar su pleno desarrollo.

Es de esperar que los demás miembros del Mercosur adopten actitudes semejantes, cuyo resultado no será otro que un futuro promisorio para la región, participando también, como el mundo desarrollado, del fruto de los conocimientos.

# La nueva base de cálculo del P.B.I.

Por el Dr. Alfredo Eduardo Villafañe (\*)

El PBI significa un cálculo que combina los volúmenes producidos por un país en un año determinado con los precios de esos mismos productos, lo que da una medida de la riqueza generada por una economía, una región o hasta un sector en cada período.

El problema es que para arribar a una cifra global que explique lo acumulado hay que traducir la riqueza de cada región, cada sector y cada producto generado, en alguna medida económica que uniforme y consolide las cuentas en una sola cifra.

La manera de hacerlo, hasta ahora, era multiplicando los precios de estos productos, de modo de llevarlos a una medida uniforme que, además, permitiera su tratamiento estadístico a lo largo del tiempo. Esto es lo que acaba de corregirse, luego de varios años de estabilidad de precios.

En los primeros meses de 1999, se dió a conocer la utilización de una nueva base para el producto interno del país. Hasta entonces se aplicaba el año 1986; a partir del momento de la aprobación del nuevo sistema, regirá el año 1993, es decir, las cuentas nacionales deberán ajustarse con este último año base. Las autoridades económicas de entonces presentaron el trabajo conocido como “Siste-

ma de Cuentas Nacionales Argentinas Año Base 1993”, que incluye las series a precios reales y nominales del período 1993/97 con la extensión a 1998 y hasta el primer trimestre de 1999, y la metodología de estimaciones y sus principales fuentes con el fin de mejorar la calidad y precisión de las estadísticas macro económicas.

Las series a precios de 1986 habían quedado desactualizadas con el proceso hiper inflacionario, que introdujo grandes sesgos en la información estadística, toda vez que el PBI corriente se calculaba a partir de un índice de volumen físico ajustado por un índice de precios con base en 1986.

*¿Cuáles son las diferencias entre estos distintos métodos en años bases ?*

Comparativamente, usando la nueva base se encontró que el tamaño de la economía determinado para 1998 fue cerca de un 11% menor que lo estimado mediante la metodología anterior: el PBI que había sido determinado en 331 mil millones de pesos, se transforma en 298 mil millones. El cuadro que se inserta orientará sobre las diferencias obtenidas entre las distintas bases desde 1993 hasta 1998.

## Cuentas Nacionales

Base 1986 versus base 1993 (en miles de millones de pesos)

Año	Serie Base 1993	Serie Base 1986	Diferencia (%)
1993	236,5	257,6	-8,2
1994	257,4	281,6	-8,6
1995	258,0	179,5	-7,7
1996	272,1	297,4	-8,5
1997	292,9	323,3	-9,4
1998	298,1	331,6	-10,1

Fuente: Ministerio de Economía de la Nación

Debe destacarse que el equipo de trabajo que implementó la nueva estructura contó con el asesoramiento de la CEPAL ( Comisión Económica para la América Latina ), incorporando mejoras tecnológicas también recomendadas por varios organismos internacionales.

Las nuevas cuentas económicas se elaboraron a partir de la incorporación proporcionada por el Censo Económico 1993 que se realizó dentro de un contexto de estabilidad. Los fuertes cambios producidos por la apertura económica y las privatizaciones resultan en una estructura con importantes diferencias frente al cálculo anterior.

Tanto la apertura de la economía como la reducción general de los impuestos a la importación produjeron una disminución de la participación de las operaciones de comercio exterior : las importaciones tienen una menor gravitación relativa en el PBI y la baja de los aranceles disminuyó la ponderación de los bienes de capital importados. También se atenuaron las tasas de expansión de la construcción , debido a la introducción de nuevas fuentes estadísticas y una nueva metodología de estimación.

Tratando de explicar en un resumen las variaciones en los indicadores relativos al PBI del año 1998 ( confeccionados con las dos metodologías ) , éstas serían las principales : el PBI per cápita , que en la base 1986 llegaba a \$ 9.477 ; en la nueva , llega a \$ 8.281. Esto nos mantiene dentro del grupo no muy numeroso de países intermedios a mitad de camino entre los emergentes ( que estarían por debajo de los u\$s 4.000 por habitante ) y los avanzados ( que estarían por encima de los 15.000 ). La deuda externa que en la base vieja representaba el 40,8 de PBI , utilizando la nueva llega al 46,7% ; el déficit del sector público que bajo el criterio anterior , constituía el 1,1% pasó a representar el 1,3% y los gastos del sector público , que eran del 17,8% del PBI , pasaron a constituir el 20,4%.

La nueva forma de cálculo también refleja un mayor protagonismo relativo de las actividades productoras de servicios, respecto de

las manufactureras. El hecho fundamental del nuevo cálculo es que la participación de los servicios en el PBI , que con la base 1986 era de 54,7%, es ahora ( a dic. de 1998 ) del 64,2%. La Industria manufacturera pasó del 25,7% al 19,6% del PBI. Como consecuencia de esta mayor ponderación al sector Servicios , la nueva base se presenta con una menor volatilidad de los ciclos , creciendo a una tasa mas lenta durante los períodos de expansión y reduciéndose durante los períodos de recesión. Al realizarse los ciclos , la caída del PBI 1995 fue menor y la del primer trimestre de 1999 también es mas baja que la previamente calculada ( 3% en lugar de casi 4% ). Por otra parte, las subas, como la de 1997 , resultaron menores.

En cuanto al cálculo del PBI ( con el nuevo método ) para el primer trimestre de 1999 , acusaba un descenso del 3% , bastante menor que el que hubiese surgido del anterior cálculo ( daría un 5% aproximadamente ).

#### **Sintetizando, las modificaciones en la nueva estructura:**

Procuran una mayor transparencia estadística , contribuyendo a mejorar la calidad y precisión.

Suavizan los períodos de auge y de depresión.

Clasifican en forma mas extensa las actividades.

Describen mejor los servicios a empresas y personas , incorporando otras actividades. Disminuyen la participación de las operaciones de comercio exterior.

Atenúan las tasas de expansión de la construcción.

Proporcionan nuevas fuentes estadísticas y renovada metodología de estimaciones.

Ofrecen series con mayor nivel de desagregación de variables , describiendo mejor los servicios a las empresas y a las personas. Dan menor ponderación a la inversión importada.

(\*)Dir. del Instituto de Investigaciones Económicas de la Fac. de Cs. Económicas y Empresariales de la Universidad de Morón. (e-mail : avillafane@unimoron.edu.ar)



# La distribución de Pareto

# Pareto

Por el Ing. S.D. Soldano (\*)

Entre los investigadores matemáticos que se inclinaron hacia la investigación económica, merece destacarse el sociólogo y economista italiano V.F. Pareto, quien vivió entre 1848 y 1923. En sus trabajos se observa la búsqueda de recursos metodológicos que sirvieran como herramientas cotidianas a los economistas.

En los estudios realizados por este investigador y sus discípulos, se vislumbra el objetivo de explicar, científicamente, el desarrollo de los fenómenos o hechos económicos, es decir, buscar incluir a la estadística y a la matemática como herramientas indispensables para que el empresario o el funcionario puedan tomar decisiones económicas objetivas y precisas en el plano racional.

Uno de esos estudios se refiere a la distribución de las rentas cuyos aspectos salientes se extraen de distintas bibliografías, principalmente de la Obra "Teoría Estadística y Aplicaciones" de Fausto I. Toranzos.

Pareto estudió cómo se distribuían la rentas de las personas en un país, en base al análisis de la siguiente ecuación :

$$Y = A X^{-\alpha} \tag{1}$$

en donde  
X = es la renta  
Y = cantidad de rentistas que tienen una renta superior o igual a X..

La ecuación propuesta constituye una hipérbola cuyas asíntotas son los ejes coordenados. Pareto infirió que el exponente  $\alpha$  es un valor casi constante en cada país ( $1,5 < \alpha < 2,0$ ).

A partir de esta propuesta, otros investigadores (Champernowne, Amoroso, Kaptayn, Gigrat, Davis) han logrado fórmulas que tie-

nen mejores ajustes, sobre todo para valores bajos de la variable X.

Si le aplicamos logaritmos a la (1) nos queda:

$$\ln Y = \ln A - \alpha \ln X$$

Denominando:

$$y = \ln Y ; \quad c = \ln A ; \quad x = \ln X ,$$

la ecuación se convierte en una recta decreciente:

$$y = c - a x \tag{2}$$

Para la obtención de los valores "c" y "a" se procede como sigue:

En una tabla se agrupan los valores obtenidos a partir de la dispersión  $X_i, Y_i$  y se llega a la recta por la aplicación del método de los mínimos cuadrados.

i	$X_i$	$Y_i$	$x_i = \ln X_i$	$y_i = \ln Y_i$	$x_i \cdot y_i$	$x_i^2$

De donde :  
$$y = c - ax = \frac{-\sum y_i \cdot \sum x_i^2 + \sum x_i \cdot y_i}{-n \sum x_i^2 + (\sum x_i)^2} - \frac{n \sum x_i \cdot y_i - \sum y_i \sum x_i}{-n \sum x_i^2 + (\sum x_i)^2} x,$$

Luego, recordando que habíamos llamado  $c = \ln A$  se puede volver a la expresión inicial de la hipérbola (1)

El concepto general de aplicación es sobre determinados casos típicos para el control de calidad, para el control del pago de impuestos u otras problemáticas de supervisión o verificación y posibilita apreciar que un bajo porcentaje de casos, acarrea la mayor cantidad de ingresos, gastos o defectos sobre los cuales se puede concentrar la atención del analista.

(\*) Profesor titular de Estadística Social y Asociado de Matemática I y II, Director del IIMA.

# Programación Lineal con Excel

Por el Ing. Luinor E. Vilches(\*)  
y el Lic. Gerardo D Roozen (\*\*)

Viene del Boletín anterior

Agregar restricción	?	X
Referencia de la celda		Restricción
_____ <= Valor de _____		
Aceptar	Cancelar	Agregar Ayuda

8) En "Referencia de la celda" registrar el nombre de la celda de la fórmula de la primera restricción r1 , o sea \$B\$8 .

9) Hacer clic en <= y seleccionar el signo que corresponde a la restricción , en este caso <= .

10) En "Restricción" poner el valor del segundo miembro de esta restricción , que es 200, y presionar "Enter".

11) Se repite el procedimiento para las demás restricciones (r2 a r6) quedando el cuadro de diálogo "Parámetros de Solver" en la siguiente forma :

Parámetros de Solver	
Celda objetivo : \$B\$6	Resolver
Valor de la celda objetivo :	Cerrar
<input checked="" type="radio"/> Máximo	<input type="radio"/> Mínimo
	O Valor de _____
Cambiando las celdas :	
\$B\$2 : \$B\$4	Estimar
Sujetas a las siguientes restricciones :	Opciones
_____	Agregar
\$B\$8 <= 200	
\$B\$9 <= 120	Restablecer todo
\$B\$10 <= 1000	Cambiar _____
\$B\$11 >= 50	Eliminar _____
\$B\$12 >= 250	Ayuda
\$B\$13 >= 40	

13) Se hace clic en "Opciones" de este cuadro y aparece el cuadro de diálogo "Opciones de Solver" :





Opciones de Solver			?	X
Tiempo: 100 segundos			Aceptar	
Iteraciones: 100			Cancelar	
Precisión: 0,000001			Cargar modelo...	
Tolerancia: 5 %			Guardar modelo...	
Convergencia: 0,001			Ayuda	
• Adoptar modelo lineal		• Usar escala automática		
• Asumir no negativo		• Mostrar resultado de iteraciones		
Estimación	Derivadas	Hallar por		
<input type="radio"/> Lineal	<input type="radio"/> Progresivas	<input type="radio"/> Newton		
<input type="radio"/> Cuadrática	<input type="radio"/> Centrales	<input type="radio"/> Gradiente conjugado		

Como puede apreciarse , en este cuadro se incluyen diversas características del proceso de solución y la definición de varios parámetros de los problemas , tanto para los lineales como para los no lineales .

**Tiempo máximo :** limita el tiempo que tardará el proceso de solución . El valor de 100 segundos indicado por defecto es adecuado para la mayoría de los problemas , pero pueden adoptarse valores de hasta 32.367 segundos .

**Iteraciones :** También limita la extensión del proceso de solución , pero por el número de cálculos a realizar . El valor predeterminado de 100 iteraciones es adecuado para la mayoría de los problemas , pero pueden adoptarse valores de hasta 32.367 iteraciones si la magnitud del problema lo requiere .

**Precisión :** Define la precisión de los valores obtenidos como solución del problema . A mayor precisión , o sea cuanto menor sea el número que la define , el proceso de solución llevará más tiempo . El valor predeterminado de 0,000001 es , en general , más que suficiente .

**Tolerancia :** Se aplica solamente a los problemas con restricciones enteras . Es la variación con respecto al valor óptimo verdadero que se considera aceptable , del valor dado por la celda objetivo . A mayor tolerancia corresponde menor tiempo del proceso de solución . El valor predeterminado de 5% es generalmente adecuado .

**Convergencia :** Es para problemas no lineales .

**Adoptar modelo lineal :** Hacer clic en los casos de problemas lineales .

**Mostrar resultado de iteraciones :** Solamente para problemas no lineales .

**Usar escala automática :** Establece un mayor orden en el proceso de solución , facilitando la disminución del tiempo necesario . Es conveniente , sobre todo , para resultados de cifras grandes .

**Adoptar no negativo :** La condición de no negatividad indispensable en todo problema de programación lineal

**Estimación :** Hacer clic en Lineal .

**Derivadas:** Se refiere a la forma de estimación de las derivadas parciales de la función objetivo y de las funciones de restricción . En la mayoría de los problemas los valores de restricción cambian relativamente poco y resulta adecuada la opción Progresivas . En los problemas en que las restricciones cambian más rápidamente la opción conveniente es Centrales .

**Hallar por :** Determina el algoritmo a utilizar en cada iteración para definir la dirección de la búsqueda . En general, es adecuado el método de Newton , prefiriéndose el de Gradiente conjugado en los problemas grandes o cuando el proceso de solución es lento .

14) Se hace clic en las opciones seleccionadas y luego en “Aceptar” y aparece nuevamente el cuadro de diálogo “Parámetros de Solver” .

15) Se hace clic en “Resolver” de este cuadro y aparece el cuadro de diálogo “Resultados de Solver” :

---

Resultados de Solver ? X

---

Solver ha hallado una solución . Se han satisfecho todas las restricciones y condiciones .

	Informes Respuestas Sensibilidad Límites	↑  ↓	
<input checked="" type="radio"/> Utilizar solución de Solver <input type="radio"/> Restaurar valores originales			
Aceptar	Cancelar	Guardar escenario...	Ayuda

---

16) Haciendo clic en “Utilizar solución de Solver” , cambian los valores de las celdas cambiantes , quedando en las mismas los valores óptimos de X1 , X2 y X3 ; en la celda objetivo aparece el valor óptimo de la misma ; y en las celdas de las fórmulas de las restricciones , los valores correspondientes a los primeros miembros de las mismas con los valores óptimos de X1 , X2 y X3 .

(\*) Profesor Titular de Investigación Operativa de la Fac. de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad de Morón.  
 (\*\*) Jefe de Trabajos Prácticos de la misma Cátedra

# Actualidad Matemática

Para celebrar el nuevo milenio en la ciencia Matemática fue instituido un premio de 7.000.000 de dólares denominado “ MILLENNIUM PRIZE PROBLEMS” por el “CLAYMATHEMATICS INSTITUTE OF MASSACHUSETTS ” ,USA.

Esta noticia apareció en INTERNET, en la dirección de instituto mencionado: [http://www.claymath.org/prize\\_problems](http://www.claymath.org/prize_problems) Cien años atrás, en agosto de 1900, David Hilbert , durante el Congreso Matemático Internacional realizado en París , entregó su famoso resumen sobre los problemas pendientes de la matemática hasta ese entonces.

Ahora, influenciado por dicho antecedente ,The Clay Mathematics Institute invita a los especialistas a resolver los 7 problemas que, a su entender, están pendientes en la actualidad, destinando la suma mencionada como recompensa, la que podrá aplicarse dividida a cada resolución satisfactoria que se verifique de los siguientes temas:

1) Hipótesis de Riemann :interrogantes en la distribución de los números primos.

2) Teoría de Yang – Mills : que relaciona la geometría y las partículas físicas.

3) Ecuación de Navier – Stokes: aplicada a problemas de fluidos en ciencias cuantitativas.

4) Conjetura de Birch y Swinnerton – Dyer : sobre el comportamiento de la función asociada  $z$ , en la resolución de la ecuación algebraica  $x^2 + y^2 = z^2$ .

5) El problema de P versus NP : para la comprobación de resoluciones de problemas en lógica y ciencias de la computación.

6) Conjetura de Hodge : referida a las afirmaciones sobre tipos de espacios denominados variedades algebraicas proyectivas.

7) Conjetura de Poincaré : referida a las propiedades de conectividad de esferas en ciertas dimensiones.

Tal es lo que se ha podido traducir de la página publicada. Es de esperar que nuestros lectores puedan hacernos llegar aclaraciones y datos para enriquecer esta sorprendente y feliz noticia.

# Matemática

# Programas de Cálculo de Integrales Definidas en calculadoras científicas pequeñas

Por el Lic. Juan Carlos Lopez (\*)

Hace varios meses, con una calculadora científica de bolsillo, traté de calcular la integral del logaritmo natural de x, entre los límites 0 y 1. La calculadora indicó error. Sin embargo, todos los matemáticos saben o recuerdan que existe y su valor es igual a 1.

Pude descubrir la razón por la que había dado error: en el manual de la calculadora que estaba usando, se aclaraba que se aplicaba la regla de Simpson para la determinación de las integrales definidas.

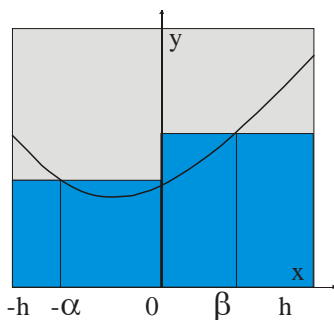
Como la función  $\ln x$  vale  $\infty$  para  $x=0$ , el aviso de error se debe a la imposibilidad de la calculadora para calcular el  $\ln 0$ , y no a la imposibilidad de cálculo de la integral.

Esto limita seriamente la capacidad de cálculo de la calculadora, por lo que debería utilizar otra rutina de cálculo como, por ejemplo, la basada en los polinomios de Chebichev.

## RUTINA DE CÁLCULO CON LOS POLINOMIOS DE CHEVICHEV

Consiste en utilizar las ordenadas de los puntos intermedios al intervalo y no las ordenadas de los extremos, como en el caso de Simpson.

Procedo a razonar: Se toman dos intervalos sucesivos con igual anchura debajo de una parábola. Se consideran también dos ordenadas, de tal modo que los rectángulos formados por dichas ordenadas sumados den el área exacta bajo la parábola.



La ecuación de la parábola es:

$$y = a x^2 + b x + c \quad (1)$$

El área de la parábola entre  $-h$  y  $h$  es:

$$\int_{-h}^h (ax^2 + bx + c) dx = \frac{2}{3} a h^3 + 2c h \quad (2)$$

La suma de las áreas de los dos rectángulos sombreados de la figura, debe dar este mismo resultado, o sea:

$$y_{(-\alpha)} h + y_{(\beta)} h = \frac{2}{3} a h^3 + 2c h$$

o bien, por (1):

$$a(\alpha^2 + \beta^2) + b(-\alpha + \beta) + 2c = \frac{2}{3} a h^2 + 2c \quad (3)$$

Igualando los coeficientes de  $a, b, c$  nos queda:

$$\alpha^2 + \beta^2 = \frac{2}{3} h^2$$

$$-\alpha^2 + \beta^2 = 0 \quad 2=2$$

De aquí se deduce que:  $\alpha = \beta = \sqrt{\frac{1}{3}} h$

y que, además:  $\alpha = \beta$

O sea que, en lugar de tomar los tres extremos de dos intervalos contiguos, como en la regla de Simpson, se toman las ordenadas a distancias

$$\sqrt{\frac{1}{3}} h = 0,577 h \text{ de su centro hacia ambos lados.}$$

El error cometido al reemplazar una curva cualquiera por una parábola es similar al de la regla de Simpson, o sea de orden  $h^5$ , de modo que el método descrito es equivalente al anterior. Para finalizar, podemos agregar un programa en Q-basic para el cálculo

de la integral de una función cualquiera por el método de Chebichev.

La función es  $\ln x$ , y no obliga a calcular  $\ln 0$ , como en el método anterior.

1) PRINT " M: tal que el intervalo de integración se divide en 2^M intervalos"	12) x = a + (2 * i - 1 - SQR (1 / 3)) * d
2) INPUT M	13) GOSUB función
3) PRINT " a : límite inferior de x "	14) s = s + y * d
4) INPUT a	15) x = a + (2 * i - 1 + SQR (1 / 3)) * d
5) PRINT " b : límite superior de x "	16) GOSUB función
6) INPUT b	17) s = s + y * d
7) d = ( b - a ) / 2^M	18) NEXT i
8) s = 0	19) PRINT " integral = "; s
9) FOR i = 1 TO 2 ^ ( M - 1)	20) END
10) CLS	21) función :
11) PRINT " i = "; i ; "Termina al llegar a i=" ; 2 ^ ( M - 1 ) ; " )"	22) y = log ( x )
	23) RETURN

Este programa da como resultado, para:

$$M = 5 ; a = 0 \quad y, \quad b = 1$$

$$\int_0^1 \ln x . dx = -0.99$$

muy aproximado al resultado correcto , que es igual a -1.

Como conclusión muy valedera , en el caso de una elección para la compra de una calculadora con capacidad para obtener integra-

les, se sugiere al interesado verificar, además de la ya vista, estas otras :

$$\int_{-\pi}^0 \frac{\text{sen } x}{x} dx = 1.8519 \quad \int_0^2 \frac{1}{e^x - 1} = 1.2138$$

Si la calculadora no indica error y brinda el resultado correcto , se ha hecho una buena elección de compra.

(\*) Profesor de Introducción a la Matemática , en la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad de Morón.

# Evaluación de un Proyecto de Inversión

Realizado por alumnos bajo la orientación de profesores (\*)

## Introducción

El presente trabajo tiene como finalidad aplicar los conocimientos, adquiridos en la Cátedra Matemática Financiera, referidos a las amortizaciones de préstamos y la evaluación de proyectos de inversión

En un mercado cada vez más competitivo, hay que encontrar las herramientas necesarias para poder competir y permanecer. Salir al mercado con una marca poco conocida tiene muchos riesgos y conseguir posicionar una marca, mucho tiempo; por eso, parece ser que la mejor herramienta de estos días es la franquicia.

Las franquicias se han desarrollado con gran rapidez, y sobre todo en estos tiempos de recesión, han ampliado las posibilidades de continuar en el mercado laboral a muchas personas, capaces y con el capital suficiente para lograr instalar un local, que en vez de ser un negocio creado por uno mismo, pasa a ser una franquicia de una marca reconocida y con mayores posibilidades de éxito.

### ¿Qué es una franquicia?

Es un contrato de colaboración para la explotación de un mercado, por el cual una de las partes, el franquiciante, otorga la licencia o permiso para el uso de una marca y facilita la tecnología para la fabricación o prestación de un servicio de una forma preestablecida, y la otra parte, el franquiciado, asume la obligación de fabricar el producto, comercializarlo o prestar el servicio utilizando la marca que le fue permitida y pagando por ello una suma de dinero (royalty).

El permiso que el franquiciante otorga incluye el uso del nombre comercial, y sus patentes o marcas registradas, al igual que los métodos y procesos que forman el Know How y constituyen el Plan Negocial. En definitiva, lo que está entregando es un cierto “nom-

bre” y la experiencia adquirida tanto en la comercialización del producto, como en la exhibición de la mercadería, el manejo del stock, la producción, etc.

### Las características de su contrato son:

- Es consensual: ambas partes deben manifestar su consentimiento (aceptación).
- Es oneroso (hay contraprestaciones).
- Es bilateral.
- Es de tracto sucesivo continuo: tiene continuidad la ejecución del contrato.

### ¿Qué beneficios puede aportar una Franquicia?

El éxito de una franquicia radica en que se puede obtener una expansión geográfica y conquistar mercados de una manera extraordinaria, objetivo que sería mucho más difícil de realizar por una sola empresa.

Una franquicia permite adquirir una reputación, un método y un producto que ya son reconocidos por el público, evitando todo el proceso de creación de una marca y el tiempo que lleva la aceptación de ésta por parte del público.

### Ventajas para el Franquiciante

- Puede expandir su marca y negocio sin necesidad de abrir sucursales y correr los riesgos que esto implica. Además, no requiere de inversiones, ya que estas corren por cuenta del franquiciado.
- No asume el riesgo inherente a cada local.
- Consigue una fuerte imagen de la marca. Al poder encontrar una marca en distintas regiones, se fortalece.
- Logra alcanzar nuevos mercados, incluso posibilita llegar al exterior.
- Evita tener gastos fijos elevados (al no tener

locales, no hay gastos fijos, los únicos gastos fijos serán de publicidad y los necesarios para mantener la marca).

- Conserva la titularidad de la licencia, no la vende y por lo tanto sigue siendo dueño de su negocio.
- Se ve beneficiado por una mayor confianza por parte de los consumidores.
- Consigue mayor información sobre los distintos mercados.

### **Ventajas para el Franquiciado**

- Logra obtener beneficios de compra. Tiene la posibilidad de poner en marcha una empresa con poco capital.
- Puede comerciar una marca reconocida sin el esfuerzo que le llevaría posicionar una marca.
- Reduce el riesgo y la incertidumbre, puesto que se trata de un proyecto de éxito probado.
- Recibe capacitación, desde marketing, gestión financiera y contable y todo lo que sea necesario en el negocio.
- Es dueño del negocio con el respaldo del franquiciado experimentado.
- Se beneficia con la imagen corporativa de la cadena de franquicias.
- Si todos los franquiciados se unen para la compra de productos comunes, obtendrán descuentos o bonificaciones.
- Se beneficia con las nuevas investigaciones e innovaciones realizadas por el franquiciante.

### **¿Cuáles son sus Inconvenientes?**

No todo es beneficioso al adquirir una franquicia. Hay riesgos e inconvenientes como en cualquier negocio o empresa que se emprenda.

- Al incorporarse al sistema de franquicias, uno debe perder su creatividad e independencia. Hay que seguir los patrones del franquiciante. E incluso aceptar los distintos controles que puedan ejercer sobre el franquiciado.
- El hecho de compartir el negocio, implica el riesgo de no conocer a los demás franquiciados y de que una mala actitud de alguno perjudique al conjunto de franquiciados. La imagen y la reputación pueden verse afectadas.
- Los derechos y regalías pueden ser elevados y se corre el riesgo de no poder recuperar la inversión original.

- Puede complicarse o dificultarse la anulación del contrato, el traspaso o la venta.
- Si el franquiciante tiene gran éxito, puede ser que comiencen competidores y que por lo tanto, las ventas sean afectadas.
- Una mala administración del franquiciante es perjudicial, debido a que puede ocultar información, dar información errónea o que no tenga suficiente solidez y confiabilidad.

### **Aspectos Generales**

Con el objeto de formar parte de una cadena de negocios de venta al público mediante una franquicia, se decide solicitar un préstamo personal por un monto de \$50000, completando el resto de la suma requerida al contado.

Se opta de acuerdo a la conveniencia por la modalidad ofrecida por un banco de la zona. Las condiciones pactadas son las siguientes:

- El financiamiento se realiza por el Sistema Francés o de Amortización Progresiva.
- El préstamo se cancelará en 3 cuotas anuales vencidas.
- Tasa nominal anual con capitalización anual pactada: 31%, previéndose que la misma podrá variar.
- Los gastos de administración ascienden a \$200 siendo abonados en efectivo.
- El seguro de vida es del 0.05% sobre saldos.
- El I.V.A. sobre intereses es del 21%.

Se cuenta con local propio, cuyo valor de edificio asciende a \$ 45000.

### **Cuadro de marcha**

- Para el cálculo de la cuota de servicio real se consideró la cuota de servicio y el seguro de vida.
- El IVA solo se expondrá para la determinación de la posición fiscal, ya que al ser responsable inscripto se trasladará a terceros.
- Se estima que el cambio de la tasa previsto sucederá luego de pagada la cuota número 1, siendo la nueva tasa del 34% nominal anual con capitalización anual, recalculándose la cuota.



### CUADRO DE MARCHA DEL PRÉSTAMO POR SISTEMA FRANCÉS

Nº	(Vn), y Saldo	Cuota de Servicio	tp	Ip	IVA (21%)	Seguro de vida	Cuota de Serv.Real	Tp	Saldo
1	50000	27918.97	12418.97	15500	3255	25	27943.97	12418.97	37581.03
2	37581.03	28837.82	16060.27	12777.55	2683.29	18.79	28856.61	28479.24	21520.76
3	21520.76	28837.82	21520.76	7317.06	1536.58	10.76	28848.58	50000	0

### EVALUACIÓN DEL PROYECTO

El proyecto consta de 3 años, calculándose los flujos anualmente.

El **flujo 0** está compuesto por el monto de la inversión original, el préstamo y los gastos correspondientes a la habilitación, certificado urbanístico y administrativos, considerándose estos tres últimos en la base imponible para el cálculo del impuesto a las ganancias, siendo este del 33% anual, (sin considerar deducciones generales y personales por razones de simplificación práctica).

El flujo negativo del impuesto se tomó el 31 de diciembre de cada año devengado, aunque en la práctica, éste se abona en abril del año siguiente al del devengamiento del impuesto.

El flujo neto es el resultado de la suma algebraica de todos los conceptos mencionados anteriormente.

Para el resto de los flujos se consideraron:

- **Ingresos:** facturación anual de \$240000, (si se estimara mensualmente se debería contemplar la estacionalidad).
- **Costos:** equivalen al 45% de los ingresos.

- **Sueldos:** el personal necesario se encuentra formado por 2 empleados (\$400 cada uno), 1 cajero (\$500) y 1 supervisor (\$700). La remuneración se abona mensualmente, con las respectivas cargas sociales.

- **Aportes patronales:** Se estima un 17% en concepto de aportes patronales.

- **Seguridad e higiene:** pagadero mensualmente (\$89.64).

- **ABL:** pagadero mensualmente (\$21).

- **Rentas:** se abona trimestralmente (\$24.10).

- **Teléfono, luz y gas:** se abonan bimestralmente (\$120 - \$130 - \$250 respectivamente).

- **Amortizaciones:** se adopta el método lineal:
  - Inmueble: valor del edificio: \$45000. Vida útil 50 años.

- Muebles: (caja registradora, horno y freezer) valor \$30000. Vida útil 10 años.

- **Ingresos brutos:** de acuerdo a la actividad desarrollada tributa el 3%, en el régimen provincial.



• Se incluye además la cuota de amortización del préstamo, los intereses y el seguro de vida.

• **Monto imponible anual:** Se tienen en cuenta todos los conceptos mencionados anteriormente para el año calendario, excepto la cuota de amortización del préstamo. (En el cálculo del primer monto imponible se

incluye el monto imponible del flujo cero).

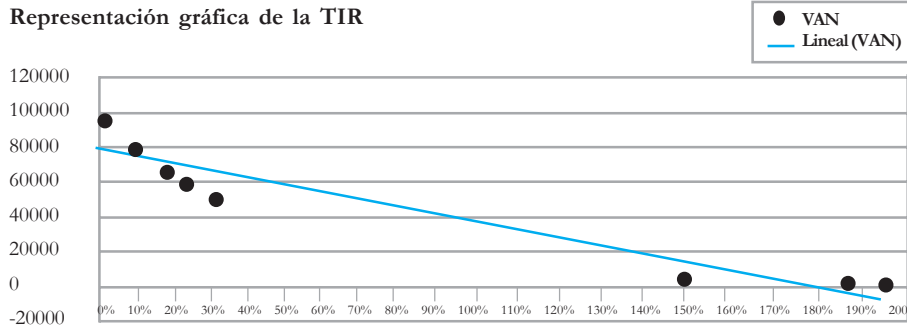
• **Flujo neto:** Se consideran para su cálculo todos los conceptos sin tener en cuenta las amortizaciones. Se incluye el impuesto a las ganancias.

• La tasa de corte es del 31%.

Concepto	F0	F1	F2	F3
Inversión Original	-70000			
Habilitación	-178.25			
Cetdo. Urbanístico	-14.87			
Gtos. Administrat.	-200			
Préstamo	50000			
Ingresos		240000	240000	240000
Costos		-108000	-108000	-108000
Sueldos		-24000	-24000	-24000
Aportes Patronales		-4080	-4080	-4080
Alum. Barr. Lim.		-252	-252	-252
Seguridad e Higiene		-1075.68	-1075.68	-1075.68
Rentas		-96.40	-96.40	-96.40
Teléfono		-720	-720	-720
Gas		-780	-780	-780
Luz		-1500	-1500	-1500
Amortiz. Inmueble		-900	-900	-900
Amortiz. Bs. Mueb.		-3000	-3000	-3000
Ingresos Brutos		-7200	-7200	-7200
Intereses		-15500	-12777.55	-7317.06
Seguro de Vida		-25	-18.79	-10.76
Cuota de Amortiz.		-12418.97	-16060.27	-21520.76
Monto Imponible		72477.80	75599.58	81068.10
Impuesto a las Gs.		-23917.67	-24947.86	-26752.47
Flujo Neto	-20393.12	40434.28	38491.45	36694.87

001

Representación gráfica de la TIR



Tasa de corte	VAN
0%	95227,48
8%	79175,81
17%	65195,82
22%	58818,81
31%	49225,03
150%	4287,70
186,19359%	0,00023
195%	-834,20

El VAN obtenido para la tasa de corte de 31% es de 49225,03.

Para obtener la TIR por medio gráfico se utilizaron los valores enunciados en el cuadro.

La TIR del proyecto es aproximadamente de 186,19359%.

La rentabilidad del proyecto es muy buena.

(\*) Este resumen fue realizado para el Boletín Matemático por la alumna Parzajuk Sabina, Matrícula N°4427-0059 ; basado en el trabajo de investigación presentado a la Cátedra de Matemática Financiera bajo la orientación de la Profesora Titular de dicha Cátedra Dra. Norma Beatriz Irigoyen, por los siguientes alumnos:  
 Acosta, Paula 4424-0780

Calviño, Javier 4427-0139  
 Cybulsky, Silvina 4428-0269  
 Diaz, Maximiliano 4427-0340  
 Gomez Gattesco, Valeria 4427-0210  
 Iragorre, Claudia 4426-0368  
 Leal, Laura 4427-0148  
 Noya, Martín 4427-0129  
 Parzajuk, Sabina 4427-0059  
 Serrano, Luis 4423-0889

**Poyectos de Investigación presentados al I.I.M.A. para el período 2000-2001**

- 1) La eficiencia de PARETO en la programación META. Por el Ing. Luinor E. Vilches con la colaboración del Lic. Edgardo Re.
- 2) Gestión financiera en la Empresa. Por el Dr. Roberto Dominguez con la colaboración del Dr. Aldo Vicario.
- 3) Derivados financieros. Por el Dr. Enrique Burcet con la colaboración del Dr. Aldo Vicario.

**Invitamos a los sres. Profesores investigadores:**

**A enviarnos sus trabajos y colaboraciones para su inclusión en el "boletín matemático".**

(a todos aquellos que ya lo hicieron, les transmitimos desde estas columnas nuestro agradecimiento).

**A presentar sus proyectos de investigación, para la asignación de recursos en el período 2001 -2002, antes del 30 de octubre del corriente año.**

Para consultar sobre las presentaciones dirigirse al **I.I.M.A** (aula 311 - edificio central) dejar n° de teléfono o forma de comunicarnos (preferentemente e-mail).

Invitamos a todos los alumnos que cursan en Nuestra Facultad, a presentar un trabajo de investigación individual o en grupo sobre la aplicación de la matemática en los distintos campos de las asignaturas que comprenden sus carreras, sin distinción del año de cursado.

Alentamos a los mismos para realizar dicha presentación antes del 30 de octubre del corriente año. Será encargada de su recepción la Profesora Adriana Mosca Zonca, quién los atenderá los días sábados de 9 a 11 hs. en el aula 803.

Para orientación y consultas recurrir a la mencionada profesora o a la alumna Sabina Parzajuk, los sábados de 13 a 14.30 hs .

***Los trabajos serán seleccionados para su publicación sucesiva en este "Boletín Matemático"***

# Una aproximación didáctica a la determinación del óptimo bajo monopolio

Por el Dr. José Luis Iparraquirre D' Elia

Viene del Boletín anterior

$$Q_o = \frac{CT^2}{4rw} \quad (16)$$

para  $L = L_o$ , y  $K = K_o$  en la ecuación (5):

Dado que se pueden producir  $Q_o$  unidades de producto, valor conocido pues en la expresión (16) ya no hay incógnitas, se puede reemplazar esta expresión en la función de demanda (1), para calcular cuál es el precio que debe fijar el monopolista para maximizar su beneficio.

Se obtiene

$$P_o = A - b \frac{CT^2}{4rw} \quad (17)$$

Conocidos el precio óptimo y la cantidad óptima, se calcula el ingreso total correspondiente, reemplazando las expresiones (16) y (17) en la ecuación (4):

$$IT_o = (A - b \frac{CT^2}{4rw}) \frac{CT^2}{4rw} \quad (18)$$

Ahora ya se conoce el valor del ingreso total y del costo total correspondientes a la combinación óptima de factores. Por ende, puede calcularse a cuanto asciende el beneficio total óptimo del monopolista, reemplazando las expresiones (17) y (3), esta última

$$BT_o = (A - b \frac{CT^2}{4rw}) \cdot \frac{CT^2}{4rw} - CT_o \quad (19):$$

$$BT_o = [A - b \cdot \frac{(wL_o + rK_o)^2}{4rw}] \cdot \frac{(wL_o + rK_o)^2}{4rw} - (wL_o + rK_o)$$

Y este es el valor de beneficio total que se quería obtener: el máximo alcanzable por este monopolista, dados todos los parámetros y constantes estructurales del problema: el costo de cada factor, el presupuesto total asignado a la producción, la función de producción y la demanda del producto que vende.

Además, la expresión de beneficio total está expresada en función de ambos factores de producción, lo cual la constituye en la base de estudios acerca de regulación óptima, incidencia impositiva, etc.

## 4) Ejemplo numérico

Sean las siguientes, las funciones de demanda y de costos que enfrenta un monopolista:

Función de demanda:

$$P = A - bQ$$

$$P = 15 - 0,25Q$$

Función de costos:

$$CT = wL + rK$$
$$100 = 5L + 10K$$

La cantidad óptima a producir según la expresión (16) asciende a :

$$Q_o = \frac{CT^2}{4rw}$$

$$Q_o = \frac{100^2}{4 \cdot 10 \cdot 5} = 50$$

Para poder colocar esta cantidad en el mercado , el monopolista debe fijar un precio que viene determinado por la función de la demanda:

$$P = 15 - 0,25 Q$$

$$P_o = 15 - 0,25 \cdot 50$$

$$P_o = 2,5$$

Con el dato del precio y la cantidad óptimos, el ingreso total correspondiente puede calcularse a partir de la expresión (4):

$$IT_o = P_o \cdot Q_o$$

$$IT_o = 2,5 \cdot 50$$

$$IT_o = 125$$

Dado este valor de ingreso total y el dato de que el costo CT es igual a 100 , el beneficio total máximo surge por diferencia :

$$BT \text{ máx.} = IT_o - CT$$

$$BT \text{ máx.} = 125 - 100$$

$$BT \text{ máx.} = 25$$

### 5) Apéndice

Resulta fácil demostrar que la no linealidad no ocurre bajo condiciones de competencia perfecta, pues en este caso el precio de venta no está en función de la cantidad producida sino que es constante e igual al precio de equilibrio del mercado (la demanda dirigida a una firma bajo competencia perfecta es infinitamente elástica).

Recordemos que bajo monopolio puro , el monopolista se enfrenta la demanda de mercado , con lo cual según la ley de la demanda, si desea aumentar la cantidad vendida deberá reducir el precio de venta del producto.

(\*) Subdirector de la Carrera de Licenciado en Economía de la Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales de la Universidad de Morón.

**Indice**

A modo de editorial	Pág. 4
La nueva base de cálculo del PBI	Pág. 5
La distribución de Pareto	Pág. 7
Programación lineal con Excel	Pág. 8
Actualidad matemática	Pág. 11
Programa de cálculo de integrales definidas	Pág. 12
Evaluación de un Proyecto de Inversión	Pág. 14
Una aproximación didáctica a la determinación del óptimo bajo monopolio	Pág. 20

**NUEVO FORMATO Y DISEÑO :**

Merced a la inestimable colaboración de la Gerencia de Medios y Comunicación de la Universidad de Morón, a partir de la presente edición, el “BOLETÍN MATEMÁTICO” adquiere una nueva presentación que esperamos sea del agrado de nuestros lectores.

A las Autoridades de Nuestra Universidad y a los integrantes de dicha Gerencia de Medios encabezados por su Director, vaya muy especialmente nuestro agradecimiento por esta demostración de confianza que nos alienta para continuar en esta trayectoria.

**Las opiniones vertidas en los trabajos que se publican son de exclusiva responsabilidad de sus autores**



## **Autoridades de la Universidad de Morón**

### **Rector**

*Dr. Mario Armando Mena*

**Vicerrector de Desarrollo  
y Control de Gestión**

*Dr. Jorge R. Lemos*

**Vicerrector de Posgrado  
y Extensión Universitaria**

*Lic. Olga B. Villalba*

**Vicerrector Académico  
y de Investigación**

*Ing. Enrique L. Otero*

### **Facultades**

#### **Agronomía**

*Decano Ing. Jorge Ottone*

*Vicedecano Ing. Agr. Antonio Angrisani*

#### **Arquitectura, Diseño, Arte y Urbanismo**

*Decano Arq. Oscar Borrachia*

*Vicedecano Arq. Carlos Coire*

#### **Económicas y Empresariales**

*Decano Dr. Raúl Roque Di Lorenzo*

*Vicedecano Dr. Miguel G. Skubio*

#### **Cs. Exactas, Químicas y Naturales**

*Decano Dr. Enrique Vandersluis*

*Vicedecano Dr. Aquiles Ferranti*

#### **Derecho y Ciencias Sociales**

*Decano Dr. Norberto Porto Lemma*

*Vicedecano Dr. José María Baños*

#### **Ciencias Aplicadas al Estudio**

#### **Sistemático del Turismo y la Población**

*Decano Lic. Alejandro Gavric*

*Vicedecana Traductora Pública Graciela  
Redona*

#### **Filosofía, Ciencias de la Educación**

#### **y Humanidades**

*Decano Lic. Roberto Paterno*

*Vicedecana Prof. Ada Perez Wright*

#### **Informática, Cs. de la Comunicación**

#### **y Técnicas Especiales**

*Decano Ing. Hugo Padovani*

*Vicedecana Lic. Sonia Zugna de Jausoro*

#### **Ingeniería**

*Decano Ing. Oscar Nuñez*

#### **Medicina**

*Decano Dr. Domingo Liotta*

## **Autoridades de la Fundación Universidad de Morón**

### **Presidente**

*Dr. Mario Armando Mena*

### **Vicepresidente**

*Sr. Ricardo Lirussi*

### **Tesorero**

*Dr. Jorge Raúl Lemos*

### **Secretario**

*Ing. Oscar Nuñez*

